# 1808060201040001
# EXAMINATION NOVEMBER 2024
# MASTER OF COMMERCE (STATISTICS) (FIRST SEMESTER)
# ADVANCED STATISTICS - I

**[Time: As Per Schedule]** **[Max. Marks: 50]**

**Instructions:**
1. **Fill up strictly the following details on your answer book**
   a. Name of the Examination : **MASTER OF COMMERCE (STATISTICS) (FIRST SEMESTER)**
   b. Name of the Subject : **ADVANCED STATISTICS - I**
   c. Subject Code No : **1808060201040001**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.

Seat No:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Student's Signature

**English Version** **[Max. Marks: 50]**

**Q.1 Answer the following questions.** **10**

(1) Obtain the unbiased estimator of $P^2$ for the binomial population $x \sim b(n, p)$

(2) For the normal population $N(\mu, \sigma^2)$, show that the sample median is a Consistent estimator of population mean $\mu$.

(3) Obtain the moment estimator of the parameter $\theta$ for the probability function $f(x, \theta) = \theta . x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$

(4) State the properties of hyper geometric distribution.

(5) State the characteristics of Laplace distribution.

**Q.2** (a) Obtain the moment generating function of negative binomial distribution. Also show that its infinite limit function follows poisson distribution **7**

(b) Obtain the Variance of log normal distribution. **6**

**OR**

(a) Obtain the mean and variance of Laplace distribution. **7**

(b) Obtain the probability density function of hyper geometric distribution, 4 units are defective in a group of 40 units of a commodity. A random sample of 4 units is taken ram domly, then find the Probability that there would be at least 3 defective units. **6**

**Q.3** (a) A random sample $x_1, x_2, \dots, x_n$ is taken from the population with mean μ and variance 1 Then prove that $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2$ is an unbiased estimator of $\mu^2 + 1$. **4**

(b) If $x_1, x_2, \dots, x_n$ be a random sample drawn from probability function $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \, . \, \theta^x}{x!}$ Where $\begin{matrix} x = 0,1,2, \dots, \infty \\ \theta > 0 \end{matrix}$ show that $\bar{x}$ is sufficient estimator of θ **4**

(c) For the normal population with mean $\mu$ and variance $\sigma^2$ show that sample mean is more efficient than sample median. **5**
Find efficiency with respect to mean

**OR**

(a) If T is an unbiased estimator of θ then prove that $T^2$ is biased estimator of $\theta^2$. Also if T is consistent estimator of θ then show that $T^2$ is also consistent estimator of $\theta^2$. **7**

(b) For large sample, obtain the 99% Confidence interval for binomial parameter P. **6**

**Q.4** (a) Obtain the first and third quartile of Cauchy distribution **6**

(b) If $x_1, x_2, \dots, x_n$ is a random sample taken from N ($\mu$ , $\sigma^2$) then obtain the maximum likelihood estimator of $\mu$ and $\sigma^2$ **8**

**OR**

(a) Obtain the mean and variance of negative binomial distribution **6**

(b) Obtain the lower bound of Cramer-Rao's Variance for the following probability density function $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \, . \, \theta^x}{x!}$ , $x = 0,1,2, \dots, \infty$ **3**

(c) The $n$ values $x_1, x_2, \dots, x_n$ is taken from the population distribution, **5**
$f(x, \theta) = 1$, where $\theta < x < \theta + 1$
$= 0$, elsewhere
then show that the sample mean is an unbiased and consistent estimator of θ + $\frac{1}{2}$

***********

**Gujarati Version** **[Max. Marks 50]**

**Q.1 નીચેનાં પ્રશ્નોના જવાબ આપો.** **10**

1. દ્વિપદી સમષ્ટિ X ~ b ( n, p ) માટે $P^2$ નો અનભિન્ત આગણક મેળવો
2. દર્શાવો કે પ્રળાલય સમષ્ટિ N ( μ , $\sigma^2$ ), માટે નિદર્શ મધ્યસ્થ એ સમષ્ટિ મધ્યક μ નો સુસંગત આગણક છે.
3. સંભાવના વિધેય $f\ (x, \theta) = \ \theta . x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$ માટે પ્રાચલ θ નો પ્રધાત આગણક મેળવો
4. અતિગુણોતર વિતરણના ગુણોધર્મો લખો
5. લાપ્લાસ વિતરણના ગુણધર્મો લખો

**Q.2** (a) ઋણ દ્રીપદી વિતરણનું પ્રધાનસર્જક વિધેય મેળવો તથા તેનું અનંતલક્ષી વિધેય પોયાસન વિતરણને અનુલક્ષે છે એમ બતાવો **7**

(b) લઘુ પ્રમાણ્ય વિતરણનું વિચરણ મેળવો **6**

**અથવા**

(a) લાપ્લાસ વિતરણનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો **7**

(b) અતિ ગુણોતર વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય મેળવો **6**
એક વસ્તુનાં 40 એકમોના સમુહમાં 4 વસ્તુઓં ખામીવાળી છે. આ સમૂહમાથી 4 વસ્તુઓનો એક યદરછ નિદર્શ પસંદ કરવામાં આવે છે. તો આ નિદર્શમાં ઓછા માં ઓછા 3 વસ્તુઓ ખામીવાળી હોવાની  સંભાવના શોધો

**Q.3** (a) મધ્યક μ અને 1 વિચરણવાળી સમષ્ટિમાંથી લીધેલ યાદચ્છિક નિદર્શ $x_1, x_2, \dots, x_n$ છે તો બતાવો કે $\mu^2+1$ નો અનભિનત આગણક $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2$ છે. **4**

(b) જો $x_1, x_2, \dots, x_n$ સંભાવના વિતરણ $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta}\ .\ \theta^x}{x!}$, જ્યાં $x = 0,1,2, \dots, \infty$, $\theta > 0$ માથી લીધેલ નિદર્શ હોય તો બતાવો કે $\bar{f}$ $\bar{x}$ એ θ નો પર્યાપ્ત આગણક છે. **4**

(c) મધ્યક μ અને વિચરણ $\sigma^2$ વાળી પ્રમાણ્ય સમષ્ટિ માટે બતાવો કે નિદર્શ મધ્યક એ નિદર્શ મધ્યસ્થ  કરતાં વધુ દક્ષ છે.મધ્યક સાપેક્ષ દક્ષતા શોધો. **5**

**અથવા**

(a) જો T એ θ નો અનભિનત આગણક હોય તો $T^2$ એ $\theta^2$ નો ભિનત આગણક છે.એમ સાબિત કરો તથા જો $T$ એ θ નો સુસંગત આગણક હોય તો $T^2$ એ $\theta^2$ નો સુસંગત આગણક છે એમ બતાવો. **7**

(b) ગુરૂ નિદર્શ માટે દ્વીપ્દી સમષ્ટિ પ્રાચલ P માટે 99% વિશ્વનીય સીમાયો શોધો. **6**

**Q.4** (a) કોશી વીતરણનો પ્રથમ અને તુર્તીય ચતુર્થક મેળવો. **6**

(b) જો $x_1, x_2, \dots, x_n$ એ N $(\mu, \sigma^2)$ માથી લીધેલ યાદરછ નિદર્શ હોય તો μ અને $\sigma^2$ નો મહતમ વિસંભાવના આગણક મેળવો. **8**

**અથવા**

(a) ઋણ દ્વીપદી વિતરણ માટે મધ્યક અને વિચરણ મેળવો **6**

(b) નીચેના સભાવના ઘટત્વ વિધેય માટે ક્રેમર-રાવના વિચરણની નીચેલી સીમા મેળવો $f(x,\theta) = \frac{e^{-\theta}\,.\,\theta^x}{x!}$ , $x = 0,1,2,\dots,\infty$ **3**

(c) સમષ્ટિ વિતરણ $f(x,\theta) = 1$, જ્યાં $\theta < x < \theta + 1 = 0$, અન્યત્ર માથી લીધેલા n કિમતો $x_1, x_2, \dots, x_n$ નો નિદર્શ મધ્યક એ $\theta + \frac{1}{2}$ નો અનભિનત અને સુસંગત આગણક છે એમ બતાવો. **5**

*****END******